

Листок: Сложные задачи про выбор потребителя

Преподаватель: Григорий Хацевич

Дедлайн: 22 августа, 21:00

Задачи в этом листке можно сдавать в любом порядке.

Бонусы за листок не начисляются.

Задача 1

Робинзон Крузо умеет добывать кокосы и крокодилов. Его КПВ описывается формулой $y = 5 - x^2 / 5$, где x — количество кокосов (в килограммах), y — количество крокодилов (в килограммах). Его полезность задаётся функцией $U(x, y) = x + \sqrt[8]{\sin^2 y + 1}$.

На мировом рынке кокосы можно продавать и покупать по 0,4 руб./кг, а крокодилов — по 1 руб./кг.

Сколько кокосов и крокодилов будет добывать Робинзон, максимизируя свою полезность?

Задача 2

Существует ли такая функция полезности, определённая на множестве всех наборов (x, y) с неотрицательными координатами, что все кривые безразличия имеют постоянный наклон, но хотя бы у двух кривых безразличия наклоны не совпадают?

Задача 3

У Пети есть 5 рублей, которые он распределяет между соком, колой и всеми остальными товарами. Известно, что цены всех товаров положительны и что среди остальных товаров есть хотя бы один, полезность по которому строго возрастает в любой точке.

Сок и кола продаются по 1 рублю за литр. Кроме того, есть возможность получить 50%-ю скидку на колу: для этого необходимо купить не менее 4 литров колы. (Заметим, что при этом не обязательно их все выпивать.)

Вопросы:

- Изобразите на плоскости $(с, к)$ все комбинации сока и колы, доступные Пете для потребления.
- Известно, что, максимизируя полезность, Петя решил воспользоваться скидкой. Покажите в координатах $(с, к)$ область, в которой может находиться точка $(с^*, к^*)$ — потреблённые им количества сока и колы.

Задача 4

Степан Буквальный максимизирует полезность $U(x_1, x_2)$, тратя свой доход I на два товара, которые он покупает по ценам p_1 и p_2 .

Спрос на первый товар задаётся функцией

$$x_1(p_1, p_2, I) = \frac{p_2 \cdot I^a + c}{p_1 \cdot p_2 + p_1^b},$$

где a , b и c — некоторые числа. Оказывается, можно найти эти числа, располагая только приведённой выше информацией. Найдите их.

Задача 5

Предпочтения Лены в отношении наборов из двух товаров описываются следующим образом: из любых двух наборов (x_1, x_2) и (y_1, y_2) предпочтительнее тот, у которого первая координата больше; а если первые координаты равны, то предпочтительнее тот, у которого вторая координата больше.

Найдите функцию полезности $U(x_1, x_2)$, представляющую данные предпочтения, или докажите, что такой функции не существует.